



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira
de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor

MATEMÁTICA

Candidato

FIORAVANTE CARDOSO SILVA

Frase

"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire

Reescreva a frase

*"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano."
Paulo Freire.*

Nº Identificador

19009

"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire.

① $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3000\} = 1a3000$ $\# B_{\text{MÁX}} = ?$
 $B \subset A \mid x \in B \Rightarrow 2x \notin B$
 $x \in B \Rightarrow 2x \notin B \Leftrightarrow 2x \in B \Rightarrow x \notin B$

$\#_{\text{MÁX}}$ de B será o maior subconjunto possível contido em A, ou seja, o próprio A, a menos que o dobro do valor de qualquer elemento de B não pertença a B.

- Ex: P/ $x=1 \in B \Rightarrow x=2 \notin B$, logo $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 1\}$
 P/ $x=2 \in B \Rightarrow x=4 \notin B$, logo $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 2\}$
 P/ $x=3 \in B \Rightarrow x=6 \notin B$, logo $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3 \text{ e } x \geq 2\}$
 E assim por diante.
 P/ $x=1500 \in B \Rightarrow x=3000 \notin B$, logo $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 1500 \text{ e } x \geq 1501\}$
 P/ $x=3000 \in B \Rightarrow x=6000 \notin B$, logo $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3000 \text{ e } x \geq 1501\}$

A maior cardinalidade possível para B ($\# B_{\text{MÁX}}$) será quando
 $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 1501 \leq x \leq 3000\}$, ou seja, $\# B_{\text{MÁX}} = 1500$

Questão 4

(a) FALSA. Elas (r e s) podem ser paralelas ou reversas.

(b) FALSA. As retas r e s podem ser reversas.

(c) FALSA. r e s estão no mesmo plano, porém t pode estar num plano diferente formado por r e s , logo, nesse caso, r não corta t .

(d) VERDADEIRA.

(e) ~~VERDADEIRA~~ (SEM EFEITO) FALSA. r e s podem ser perpendiculares a t e serem reversas ou se intersectarem (concorrentes).

(f) VERDADEIRA.

(g) VERDADEIRA.

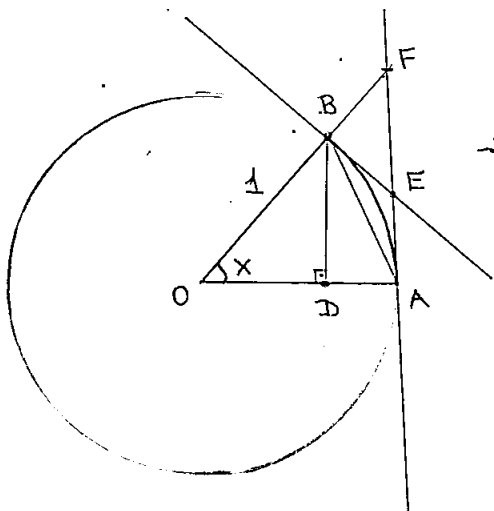
(h) VERDADEIRA.

(i) VERDADEIRA.

(j) FALSA. α , β e γ podem ser perpendiculares entre si ou α e β serem perpendiculares a γ e se intersectarem (secantes).

Questão 3

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1$$



Considere a figura.

→ Seja x o ^(sem efeito) ~~arco~~ ângulo ^(sem efeito) ~~compreendido~~ correspondente ao arco \widehat{AB} , conforme a figura. (circunferência de raio = 1).
Então $x = \widehat{AB}$ ($0 < x < \pi/2$)

→ $\text{sen } x = \overline{BD}$. O segmento \overline{AB} é maior que \overline{BD} . ($\overline{AB} > \overline{BD}$). (1)

\overline{AB} é corda do arco x . Logo, $\overline{AB} < x$. (2)

De (1) e (2): $\text{sen } x = \overline{BD} < \overline{AB} < x$.

$$\text{Logo, } \boxed{\text{sen } x < x} \quad \text{(A)}$$

ou $\boxed{\frac{\text{sen } x}{x} < 1}$

$$\rightarrow \text{tg } x = \overline{AE} + \overline{EF}$$

$x < \overline{AE} + \overline{BE}$ (pois são segmentos determinados pelas tangentes à circunferência). (3)

Mas $\overline{BE} < \overline{EF}$ (4).

Então, de (3) e (4): $x < \overline{AE} + \overline{EF} = \text{tg } x$

$$\text{tg } x > x$$

$$\text{Logo, } \frac{\text{sen } x}{\text{cos } x} > x \Rightarrow \text{sen } x > x \text{ cos } x \text{ ou ainda } \boxed{\frac{\text{sen } x}{x} > \text{cos } x} \quad \text{(B)}$$

$$\text{De (A) e (B): } \text{cos } x < \frac{\text{sen } x}{x} < 1$$

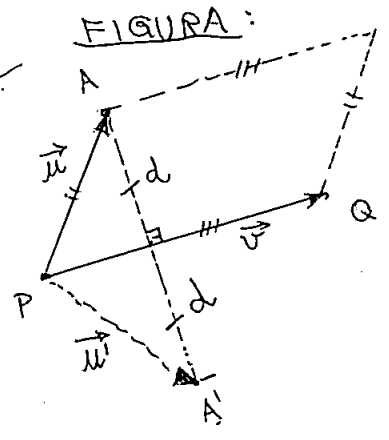
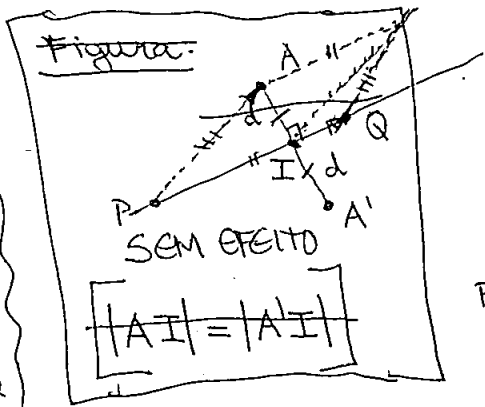
Pelo Teorema do Confronto: $\lim_{x \rightarrow 0} \text{cos } x < \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x} < \lim_{x \rightarrow 0} 1$

$$\Rightarrow 1 < \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x} < 1$$

Se o $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x}$ está entre 1 e 1, ele só pode ser igual a 1

Questão 5

$P = (x_P, y_P)$
 $Q = (x_Q, y_Q)$
 $A = (x_A, y_A)$
 A' = simétrico a A em rel à PQ
 $A' = (x_{A'}, y_{A'}) = ?$



1. O ponto I é o pé da perpendicular à reta PQ que passa por A .
 $PQ = Q - P = (x_Q - x_P, y_Q - y_P) = \vec{v}$ Sem efeito.
 $(x_{A'}, y_{A'}) = (x_P, y_Q) + \vec{v} = (x_P, y_Q) +$

1. A distância de A a PQ deve ser igual à distância de A' a PQ .

$d(A, PQ) = d(A', PQ) = d$

d é a altura do paralelogramo formado pelos vetores $\vec{u} = PA$ e $\vec{v} = PQ$ (que forma a reta PQ).

Como Área do paralelogramo é ^(A) base vezes ^(B) altura, ^(d) temos:

$A = B \cdot d \Rightarrow d = \frac{A}{B}$. Como a área é dada por $\frac{|\vec{v} \times \vec{u}|}{|\vec{v}|}$ e a base é $|\vec{v}|$,

Então $d = \frac{|\vec{v} \times \vec{u}|}{|\vec{v}|}$

$|\vec{v} \times \vec{u}| = |PQ \times PA| = \begin{vmatrix} x_Q - x_P & y_Q - y_P \\ x_A - x_P & y_A - y_P \end{vmatrix}$

$= \cancel{[(x_A - x_P)j + (y_Q - y_P)i]} + (x_Q - x_P)(y_A - y_P) - \cancel{[(y_A - y_P)i + (x_Q - x_P)j]} \neq [(x_A - x_P)(y_Q - y_P)]$
 $= \cancel{[(y_Q - y_A)i + (x_A - x_Q)j]} + (x_Q - x_P)(y_A - y_P) - \cancel{(x_A - x_P)(y_Q - y_P)}$
 (sem efeito)

$|\vec{v}| = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}$

Continuação da questão 5:

$$d = \frac{|PQ \times PA|}{|PQ|} = \frac{|(x_Q - x_P)(y_A - y_P) - (x_A - x_P)(y_Q - y_P)|}{\sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}}$$

$$d = d(A', PQ) = \frac{|PQ \times PA'|}{|PQ|}$$

$$AA' \perp PQ \Rightarrow \vec{AA'} \cdot \vec{PQ} = 0$$

$$\vec{PQ} = (x_Q - x_P, y_Q - y_P) = -\frac{1}{K} (x_{A'} - x_A, y_{A'} - y_A) \quad \left| \begin{array}{l} K = \text{coefic.} \\ \text{angular} \end{array} \right.$$

$$\text{Logo, } x_Q - x_P = -\frac{1}{K} (x_{A'} - x_A) \quad \text{e} \quad y_Q - y_P = -\frac{1}{K} (y_{A'} - y_A).$$

Questão 2

$$(a) \binom{m}{k} = \binom{m-1}{k-1} + \binom{m-1}{k}$$

$$\begin{aligned}
 (b) \binom{m}{k} &= \binom{m-4}{k-4} + 4 \binom{m-4}{k-3} + 6 \binom{m-4}{k-2} + 4 \binom{m-4}{k-1} + \binom{m-4}{k} \\
 &\quad \dots + 6 \binom{m-4}{k-2} \quad \underbrace{3 \binom{m-4}{k-1} + \binom{m-3}{k}} \\
 &\quad \dots + 4 \binom{m-4}{k-3} \quad \underbrace{3 \binom{m-4}{k-2} + 3 \binom{m-3}{k-1}} \\
 &\quad \dots + \binom{m-4}{k-4} + \binom{m-4}{k-3} + 3 \binom{m-3}{k-2} \\
 \binom{m}{k} &= \underbrace{\binom{m-3}{k-3}} \\
 \Rightarrow \binom{m}{k} &= \binom{m-3}{k-3} + 3 \binom{m-3}{k-2} + 3 \binom{m-3}{k-1} + \binom{m-3}{k} \\
 &\quad \dots + 3 \binom{m-3}{k-2} + 2 \binom{m-3}{k-1} + \binom{m-2}{k} \\
 &\quad \underbrace{\binom{m-3}{k-3} + \binom{m-3}{k-2} + 2 \binom{m-2}{k-1}} \\
 &\quad \quad \quad \binom{m-2}{k-2}
 \end{aligned}$$

logo,

Continuação Questão 2:

$$(b) \binom{m}{k} = \binom{m-2}{k-2} + 2 \binom{m-2}{k-1} + \binom{m-2}{k} \\ + \binom{m-2}{k-1} + \binom{m-1}{k}$$

Então:

$$\binom{m}{k} = \binom{m-1}{k-1} + \binom{m-1}{k}$$

(c)