



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira
de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor

MATEMÁTICA

Candidato

LUIZA HARAB DA SILVA ROSA

Frase

"Não há saber mais ou saber menos: Há saberes diferentes." Paulo Freire

Reescreva a frase

"Não há saber mais ou menos: Há saberes diferentes"

Nº Identificador

19079

"Não há saber mais ou menos: Há saberes diferentes"

Q. 1

Se $x \in B \rightarrow 2x \in B$, sendo $B \subset A$

Se A fosse um conjunto com os números de 1 a 10, poderíamos pensar da seguinte forma.

$\textcircled{1}, 2, \textcircled{4}, 8$
 $+2 \quad +4 \quad +8$
 $3, \textcircled{6}$
 $+2 \quad +4$
 $5, \textcircled{10}$
 $\textcircled{7}, \textcircled{14}$
 $\textcircled{9}$

$B = \{1, 4, 6, 10, 7, 9\}$

Note que em cada linha temos sempre um número ímpar começando, seguido apenas pelos seus múltiplos até o último ainda dentro de A . Em cada linha, não podemos pegar nenhum par de números seguidos, pois eles serão ~~múltiplos~~ o dobro um do outro.

Pensemos para o nosso conjunto $A = \{x \in \mathbb{N}^* / x \leq 3000\}$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048
+2	+4	+8	+16	+32	+64	+128	+256	+512	+1024		
3	6	12	24	48	96	192	384	768	1536		
5	2560		
									+1024		
									3584		

$\textcircled{3584} \rightarrow$ já está fora de A , não serve

Serão no total, se continuarmos toda essa divisão, $3000 \div 2 = 1500$ linhas, das quais de cada uma, escolheremos uma quantidade de números igualmente espaçados.

Coluna (12) \rightarrow ~~122222222222~~ 1 número Cada coluna é uma progressão aritmética.

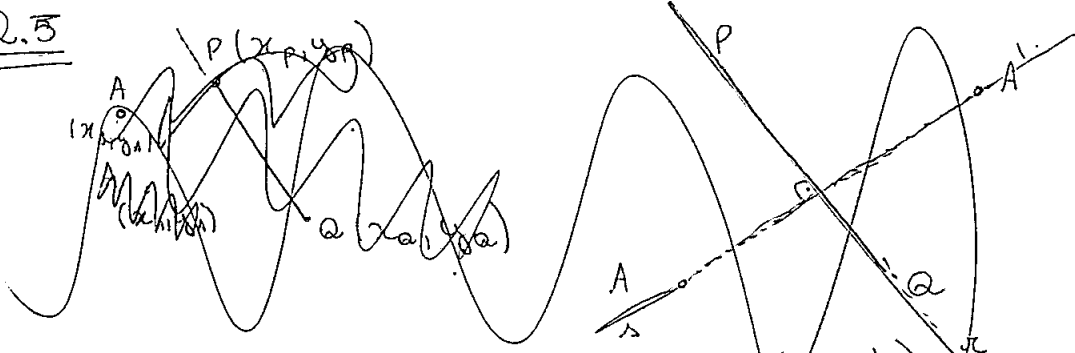
- Coluna (11) \rightarrow 1 número
- Coluna (10) \rightarrow 3 números
- Coluna (9) \rightarrow 6 números
- Coluna (8) \rightarrow 9 números
- Coluna (7) \rightarrow 13 números
- Coluna (6) \rightarrow 17 números
- Coluna (5) \rightarrow 21 números
- Coluna (4) \rightarrow 25 números
- Coluna (3) \rightarrow 29 números
- Coluna (2) \rightarrow 33 números
- Coluna (1) \rightarrow 37 números

- linha 1 \rightarrow 12 números \rightarrow escolha 6
- linha 2 até 3 \rightarrow 10 números \rightarrow escolha 5 $(5 \times 2) = 10$
- linha 4 até 6 \rightarrow 9 números \rightarrow escolha 5 $(5 \times 3) = 15$
- 7 até 9 \rightarrow 8 números \rightarrow escolha 4 $(4 \times 3) = 12$
- 10 até 23 \rightarrow 7 números \rightarrow escolha 4 $(4 \times 4) = 16$
- 24 até 47 \rightarrow 6 números \rightarrow 3 $\rightarrow 3 \times 24 = 72$
- 48 até 94 \rightarrow 5 \rightarrow 3 $\rightarrow 3 \times 47 = 141$
- 95 até 188 \rightarrow 4 \rightarrow 2 $\rightarrow 2 \times 94 = 188$
- 189 até 375 \rightarrow 3 \rightarrow 2 $\rightarrow 2 \times 187 = 374$
- 376 até 750 \rightarrow 2 \rightarrow 1 $\rightarrow 1 \times 375 = 375$
- 751 até 1500 \rightarrow 1 \rightarrow 1 $\rightarrow 1 \times 749 = 749$

Total = 1997

A melhor cardinalidade possível de B é 1997

Q.3



~~1~~ $\vec{PQ} = (x_Q - x_P, y_Q - y_P) \Rightarrow (a, b)$

$\vec{PQ} \perp \vec{AA'}$

$\vec{PQ} \perp (y_Q - y_P, x_P - x_Q) = \vec{u} = (b, -a)$

$r: P + t \vec{PQ} = (x_P + t(x_Q - x_P), y_P + t(y_Q - y_P)) \rightarrow \frac{x - x_P}{x_Q - x_P} = \frac{y - y_P}{y_Q - y_P}$

$s: A + \vec{u}t = (x_A + t(y_Q - y_P), y_A + t(x_P - x_Q)) \rightarrow \frac{x - x_A}{y_Q - y_P} = \frac{y - y_A}{x_P - x_Q}$

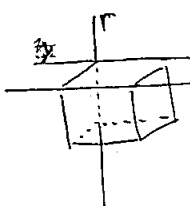
rns \rightarrow

ri: $x = \frac{y - y_P}{y_Q - y_P} \cdot (x_Q - x_P) + x_P$ $\frac{y - y_P}{y_Q - y_P} (x_Q - x_P) + x_P = \frac{y - y_P}{x_P - x_Q} (y_Q - y_P) + x_A$

si: $x = \frac{y - y_A}{x_P - x_Q} \cdot (y_Q - y_P) + x_A$ $(y - y_P)(x_Q - x_P)(x_P - x_Q)$

Q.4

(a) FALSA



as não se cortam
~~as~~ e não são
 paralelas.

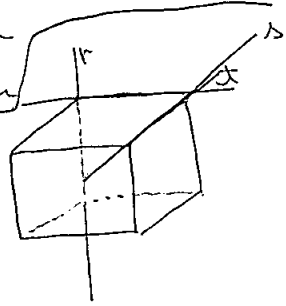
(b) Falsa, mesmo desenho anterior.
 r e s não são paralelas, mas também não se interceptam

(c) Verdadeira

(d) Verdadeira

(e) Falsa

$r \perp t$
 $t \perp s$
 porém s e t são
 reversas.



Q.4

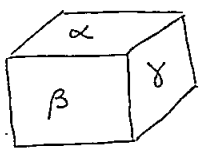
(f) ~~Verdade~~
~~Verdade~~

(g) Verdade

(h) Verdade

(i) Verdade

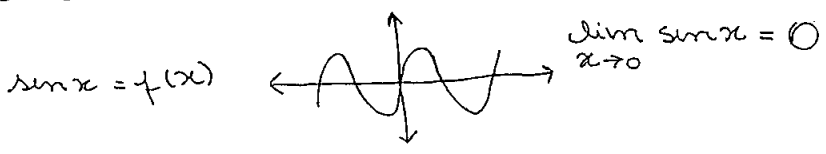
(j) Falso



$\alpha \perp \gamma$
 $\beta \perp \gamma$ porém α e β ^{não} são paralelos.

Q.3

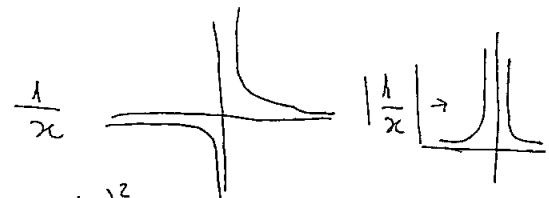
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$



$-1 \leq \sin x \leq 1$

~~Verdade~~

$0 \leq |\sin x| \leq 1$



$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x}\right)^2 = +\infty$

$0 < \left|\frac{1}{x}\right| \leq +\infty$

~~$< \left|\frac{1}{x}\right|$~~

Q.2

$$(c.o) \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$$

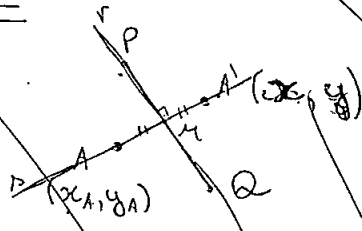
$$= \binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

$$= \binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

$$+ \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k_0}$$

$$\binom{n}{k} = 1 \cdot \binom{n-4}{k-4} + 4 \binom{n-4}{k-3} + 6 \binom{n-4}{k-2} + 4 \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k_0}$$

Q.5



$$M = \left(\frac{x + x_A}{2}, \frac{y + y_A}{2} \right)$$

$$\vec{PQ} = (x_Q - x_P, y_Q - y_P) = (a, b)$$

$$\vec{AA'} = (x - x_A, y - y_A)$$

$$\vec{PQ} \cdot \vec{AA'} = 0, \text{ pois } PQ \perp AA'$$

$$(x - x_A)(x_Q - x_P) + (y - y_A)(y_Q - y_P) = 0$$

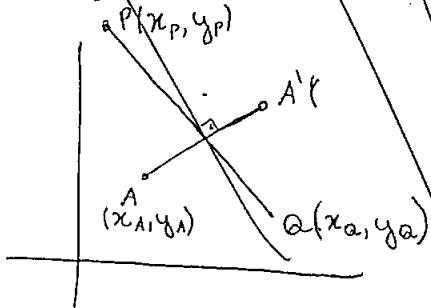
$$(x - x_A)a + (y - y_A)b = 0$$

$$x a - x_A a + y b - y_A b = 0$$

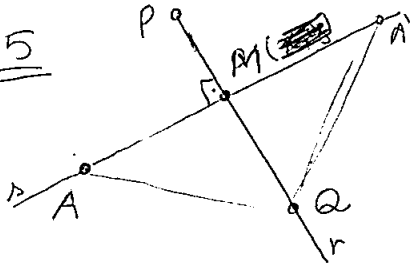
$$x a + y b = x_A a + y_A b \rightarrow \text{resposta}$$

~~Equation scribbles~~

~~Equation scribbles~~



Q.5



$$\vec{PQ} = (x_a - x_p, y_a - y_p) = (a, b)$$

$$n: P + t\vec{PQ} = (x_p + ta, y_p + tb) = \frac{x - x_p}{a} = \frac{y - y_p}{b}$$

$$\vec{AA'} \perp \vec{PQ}$$

$$\vec{LPQ} = (b, -a)$$

$$A' = (m, n)$$

$$s: A + t(b, -a) = \frac{x - x_A}{b} = \frac{y - y_A}{-a}$$

rnb

$$x = \frac{y - y_A}{-a} \cdot b + x_A = \frac{y - y_p}{b} \cdot a + x_p$$

$$(y - y_A)b^2 + x_A \cdot b \cdot (-a) = (y - y_p)a^2(-a) + x_p \cdot b \cdot (-a)$$

$$b^2 y - b^2 y_A - x_A b \cdot a = y_p a^2 - y \cdot a^2 - x_p b \cdot a$$

$$y(b^2 + a^2) = y_p \cdot a^2 - x_p \cdot b \cdot a + x_A b a + b^2 y_A$$

$$y = \frac{y_p a^2 - x_p b \cdot a + x_A \cdot b a + b^2 y_A}{b^2 + a^2} = \frac{y_p a^2 + y_A b^2 + ab(x_A - x_p)}{(b^2 + a^2)}$$

$$\frac{x - x_p}{a} = \frac{y - y_p}{b} \therefore x = \frac{y - y_p}{b} \cdot a + x_p$$

~~$$x = \frac{y_p a^2 + y_A b^2 + ab(x_A - x_p)}{(b^2 + a^2)} - y_b$$~~

$$x = \frac{y_p a^2 + y_A b^2 + ab(x_A - x_p)}{(b^2 + a^2)} - y_b \cdot a + x_p$$

$$\frac{A + A'}{2} = M$$

$$\frac{x_A + m}{2} = \frac{\frac{y_p a^2 + y_A b^2 + ab(x_A - x_p)}{(b^2 + a^2)} - y_b}{b} \cdot a + x_p$$

$$m = 2 \left(\frac{\frac{y_p a^2 + y_A b^2 + ab(x_A - x_p)}{(b^2 + a^2)} - y_b}{b} \cdot a + x_p \right) - x_A$$

$$\frac{n + y_A}{2} = \frac{y_p a^2 + y_A b^2 + ab(x_A - x_p)}{(b^2 + a^2)}$$

$$n = \left(\frac{y_p a^2 + y_A b^2 + ab(x_A - x_p)}{b^2 + a^2} \right) - y_A$$

sendo $a = x_a - x_p$

$b = y_a - y_p$