



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira
de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor

MATEMÁTICA

Candidato

MATHEUS DOS SANTOS THOMÉ

Frase

"Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda." Paulo Freire

Reescreva a frase

"SE a EDUCAÇÃO sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda." Paulo Freire.

Nº Identificador

19168

"Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda". Paulo Freire

Questão 1

B é subconjunto de A ; $A = \{x \in \mathbb{N}^* / x \leq 3000\}$

$B = \{x \in A / x \in B \Rightarrow 2x \notin B\}$

Podemos afirmar que todos os números ímpares ~~de~~ do conjunto A fazem parte de B , totalizando 1500 elementos. Porém alguns números pares também fazem parte de B , como podemos ver abaixo.

$$1 \in B \Rightarrow 2 \notin B$$

$$3 \in B \Rightarrow 6 \notin B$$

$$5 \in B \Rightarrow 10 \notin B$$

$$7 \in B \Rightarrow 14 \notin B$$

⋮

Continuando, podemos perceber que números ~~simples~~ da forma 2^{2n} ~~números~~ fazem parte de B ; $2^2, 2^4, 2^8, 2^{10}, 2^{12}$.

Também fazem parte de B ; os múltiplos de $2^2; 2^4; 2^8; 2^{10}; 2^{12}$, quando são multiplicados por números ímpares; num total de 750 números, como por exemplo: 12, 20, 36, 44, 48, 52, 56, 60, ...

Sendo assim a cardinalidade máxima de B é 1875.

QUESTÃO 2

a) Em uma sala de aula com 9 alunos, o professor de Matemática decidiu formar um grupo de monitoria com 5 alunos. De quantas formas distintas esse grupo pode ser formado?

Resolução utilizando o 1º membro:

$$C_{9,5} = \binom{9}{5} = \frac{9!}{4!5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cancel{5!}}{\cancel{5!} \cdot 4!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6^2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 9 \cdot 7 \cdot 2 = 126 //$$

Resolução utilizando o 2º membro:

$$C_{8,4} + C_{8,5} = \binom{8}{4} + \binom{8}{5} = \frac{8!}{4!4!} + \frac{8!}{5!3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{4!} \cdot 4!} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{\cancel{5!} \cdot 3!}$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5^2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 70 + 56 = 126 //$$

$$b) \binom{m}{k} = \binom{m-4}{k-4} + 4 \cdot \binom{m-4}{k-3} + 6 \cdot \binom{m-4}{k-2} + 4 \cdot \binom{m-4}{k-1} + \binom{m-4}{k}$$

$$\binom{m}{k} = \binom{m-4}{k-4} + \binom{m-4}{k-3} + 3 \cdot \binom{m-4}{k-3} + 3 \cdot \binom{m-4}{k-2} + 3 \cdot \binom{m-4}{k-1} + \binom{m-4}{k-1} + \binom{m-4}{k}$$

utilizando a relação do item (a)

$$\binom{m}{k} = \binom{m-3}{k-3} + 3 \cdot \left[\binom{m-4}{k-3} + \binom{m-4}{k-2} \right] + 3 \cdot \left[\binom{m-4}{k-2} + \binom{m-4}{k-1} \right] + \binom{m-3}{k}$$

utilizando a Relação do item (a)

$$\binom{m-3}{k-3} + 3 \cdot \binom{m-3}{k-2} + 3 \cdot \binom{m-3}{k-1} + \binom{m-3}{k}$$

$$\binom{m-3}{k-3} + \binom{m-3}{k-2} + 2 \cdot \binom{m-3}{k-2} + 2 \cdot \binom{m-3}{k-1} + \binom{m-3}{k-1} + \binom{m-3}{k}$$

utilizando a Relação do item (a)

$$\binom{m-2}{k-2} + 2 \cdot \left[\binom{m-3}{k-2} + \binom{m-3}{k-1} \right] + \binom{m-2}{k}$$

utilizando a Relação do item (a)

$$\binom{m-2}{k-2} + 2 \cdot \binom{m-2}{k-1} + \binom{m-2}{k}$$

$$\binom{m-2}{k-2} + \binom{m-2}{k-1} + \binom{m-2}{k-1} + \binom{m-2}{k}$$

utilizando a Relação do item (a)

$$\binom{m-1}{k-1} + \binom{m-1}{k} = \binom{m}{k}$$

$$\Rightarrow \binom{9}{5} = \binom{9-4}{5-4} + \binom{9-4}{5-3} + 6 \cdot \binom{9-4}{5-2} + 4 \cdot \binom{9-4}{5-1} + \binom{9-4}{5} \left| \begin{array}{l} \binom{5}{2} = \binom{5}{3} = \frac{5!}{3!2!} = 10 \\ \binom{5}{1} = \binom{5}{4} = \frac{5!}{4!1!} = 5 \end{array} \right.$$

$$= \binom{5}{1} + 4 \cdot \binom{5}{2} + 6 \cdot \binom{5}{3} + 4 \cdot \binom{5}{4} + \binom{5}{5}$$

$$= 1 + 4 \cdot 10 + 6 \cdot 10 + 4 \cdot 5 + 1 = 126$$

$$\left| \binom{5}{5} = 1 \right.$$

Questão 3

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Substituindo $x=0$, temos uma indeterminação $\frac{0}{0}$; logo podemos aplicar L'Hopital, que nos diz:

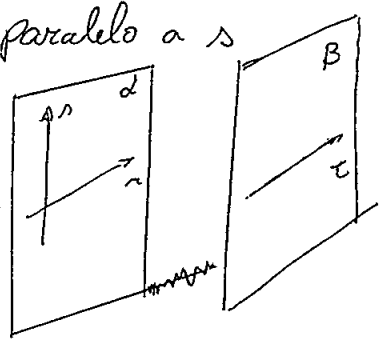
$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \quad ; \quad \text{sendo Assim:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x)'}{x'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1} = 1 //$$

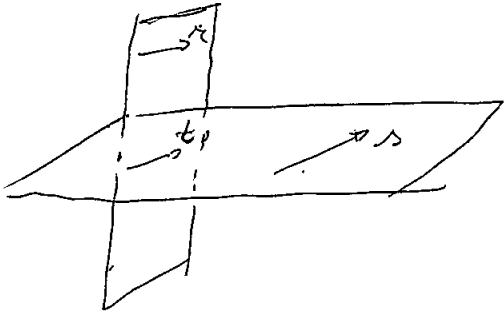
Questão 4

- 1) Falso, se r e s pertencem a planos distintos, elas podem ser REVERSAS
- 2) Falso, se r e s pertencem a planos distintos, elas podem ser REVERSAS
- 3) Falso, se r e s pertencem ao plano α e t ao plano β , sendo α e β paralelos,

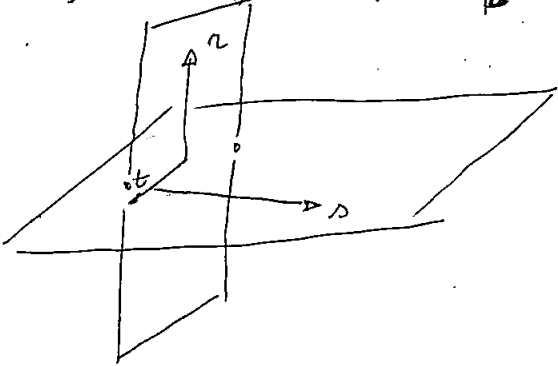
t é paralelo a s



d) Falso, r e s podem ser reversas se estiverem em planos distintos

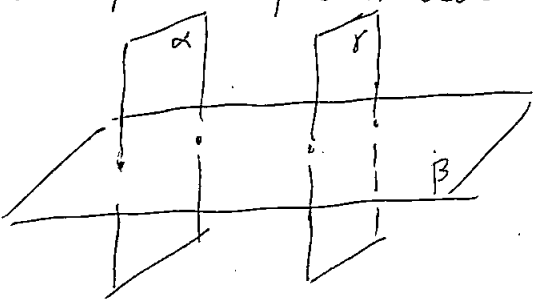


e) Falso, r e s podem ser ~~paralelas~~ concorrentes, Perpendiculares ou Reversas



f) Verdadeiro

g) falso, os planos podem ser Paralelos



h) Verdadeiro

i) Verdadeiro

j) Verdadeiro

QUESTÃO 5

Se A pertence a reta \overline{PQ} , então $A' = A$

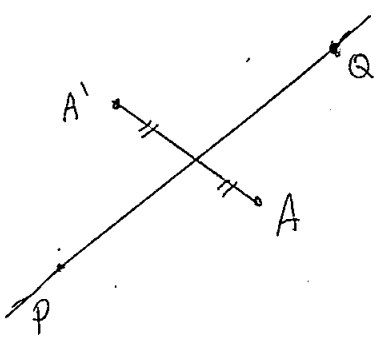
$$P = (x_P, y_P)$$

$$Q = (x_Q, y_Q)$$

$$A = (x_A, y_A)$$

$$A' = (x_{A'}, y_{A'})$$

Se A não pertence a Reta PQ



O vetor direção da Reta PQ (\vec{PQ}) é perpendicular ao vetor $\vec{AA'}$, sendo assim, o produto escalar de \vec{PQ} e $\vec{AA'}$ é igual a zero.

~~Seja $\vec{AA'}$~~

seja $\vec{AA'} = (x_{A'} - x_A, y_{A'} - y_A)$ e $\vec{PQ} = (x_Q - x_P, y_Q - y_P)$

$$\vec{AA'} \perp \vec{PQ} = (x_{A'} - x_A) \cdot (x_Q - x_P) + (y_{A'} - y_A) \cdot (y_Q - y_P) = 0$$

$$= x_{A'} x_Q - x_{A'} x_P - x_A x_Q + x_A x_P + y_{A'} y_Q - y_{A'} y_P - y_A y_Q + y_A y_P = 0$$

$$x_{A'} (x_Q - x_P) = x_A x_Q - x_A x_P - y_{A'} y_Q + y_{A'} y_P + y_A y_Q - y_A y_P$$

$$x_{A'} = \frac{x_A (x_Q - x_P) + y_{A'} (y_P - y_{A'}) + y_A (y_Q - y_P)}{x_Q - x_P}$$

$$A' = \left(\frac{x_A (x_Q - x_P) + y_{A'} (y_P - y_{A'}) + y_A (y_Q - y_P)}{x_Q - x_P}, y_{A'} \right)$$